



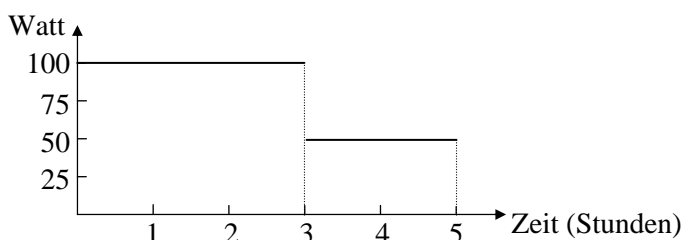
## Musteraufgaben zum Mathematikwettbewerb der Jahrgangsstufe 11 am 06.02.2002

**Hinweis:** Beim Mathematikwettbewerb der Jahrgangsstufe 11 werden Aufgaben zur Auswahl angeboten, wobei von acht Aufgaben fünf gewertet werden. Wurden mehr als fünf Aufgaben bearbeitet, so werden die Aufgaben mit den höchsten Punktzahlen berücksichtigt. Der Lösungsweg muss jeweils klar erkennbar sein.

Die folgenden acht Aufgaben sollen einen Eindruck vermitteln, welche Kenntnisse und Fähigkeiten beim Wettbewerb erforderlich sind. Zugelassene Hilfsmittel sind Taschenrechner, Formelsammlung und Zeichengeräte (Zirkel, Lineal bzw. Geodreieck).

1.
  - a) Zeichnen Sie die Gerade  $g : 8x + 15y = 120$  im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem mit Ursprung  $O$ . Bestimmen Sie die Schnittpunkte  $A$  und  $B$  von  $g$  mit der  $x$ - bzw. der  $y$ -Achse.
  - b) Berechnen Sie Fläche und Umfang vom Dreieck  $ABO$ .
  - c) Geben Sie die Koordinaten des Umkreismittelpunktes  $M$  vom Dreieck  $ABO$  an.
  - d) Welche Punkte auf  $g$  haben zu den Koordinatenachsen gleichen Abstand?
  - e) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes  $P$  innerhalb vom Dreieck  $ABO$ , so dass die Dreiecke  $AP O$ ,  $ABP$  und  $OPB$  die gleiche Fläche haben.

2.
  - a) Eine 100 Watt Glühlampe brennt drei Stunden lang. Danach wird sie ausgeschaltet und eine 50 Watt Lampe für zwei Stunden angeschaltet. Diese Daten sind in der folgenden Graphik dargestellt.



Berechnen Sie die Fläche zwischen dem Graphen und der Zeitachse. Welche Bedeutung hat diese Fläche für die Stromrechnung?

- b) Temperaturen können mit unterschiedlichen Skalen gemessen werden: Auf der Fahrenheit-Skala liegt der Gefrierpunkt des Wassers bei 32 Grad und der Siedepunkt (unter Normalbedingungen) bei 212 Grad. Auf der Celsius-Skala liegen diese Punkte bei 0 bzw. 100 Grad.
    - i) Welche Temperatur zeigt die Celsius-Skala an, wenn es 82° Fahrenheit warm ist?
    - ii) Wie viel Grad Fahrenheit ist es bei 16° Celsius?
    - iii) Bei welcher Temperatur zeigen beide Skalen die gleiche Gradzahl an?
3.
  - a) Die eine Seite eines Rechtecks wird um 10% verlängert, die andere Seite wird so verkürzt, dass die Fläche des Rechtecks gleich bleibt. Um wie viel Prozent wurde die zweite Seite verkürzt?
  - b) Bei einem Würfel wird jede Kante um 50% verlängert. Um wie viel Prozent vergrößert sich dabei die Oberfläche bzw. das Volumen des Würfels?
  - c) Ein Mensch besitzt 10 000 €. Er legt 4000 € zu 5% und 3500 € zu 4% an. Zu welchem Zinssatz muss er den Rest anlegen, um jährlich 500 € Zinsen zu erhalten?



4. a) Auf einer Feier begrüßt jeder der Anwesenden jeden der anderen Gäste mit Handschlag. Es gab dabei 28 Handschläge.  
Wie viele Personen waren bei der Feier anwesend?
- b) In einem Stall mit Kaninchen und Hühnern ist die Anzahl der Beine um 14 größer als die doppelte Anzahl der Köpfe.  
Wie viele Kaninchen sind im Stall?
- c) Wie viele „Wörter“ lassen sich aus den sieben Buchstaben Z, E, N, T, R, U, M bilden.  
Wie viele dieser „Wörter“ beginnen mit R und enden auf E?

5. a) Ordnet man jedem Punkt  $(x | y)$  des Koordinatensystems den Punkt  $(y | x)$  zu:

$$(x | y) \rightarrow (y | x)$$

so ist diese Abbildung eine Spiegelung der  $x$ - $y$ -Ebene an der 1. Winkelhalbierenden.

Welche geometrischen Deutungen haben die folgenden Abbildungen?

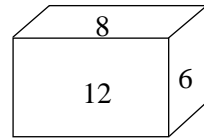
i)  $(x | y) \rightarrow (-x | -y)$                       ii)  $(x | y) \rightarrow \left( \frac{x-y}{\sqrt{2}} \mid \frac{x+y}{\sqrt{2}} \right)$

Zeichnen Sie für die gegebenen Abbildungen jeweils das Bild des Quadrats mit den Ecken  $(0 | 0)$ ,  $(1 | 0)$ ,  $(1 | 1)$  und  $(0 | 1)$ .

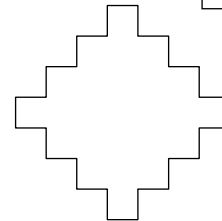
- b) Skizzieren Sie im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem den Graphen  $G$  der Funktion  $y = 2^{-x}$ .  
Dreht man  $G$  um  $180^\circ$  um den Koordinatenursprung, so erhält man den Graphen  $G'$  einer Funktion  $y = f(x)$ .

Skizzieren Sie  $G'$  und bestimmen Sie  $f(x)$ .

6. a) Ein Quader ist durch drei Paar kongruente Rechtecke begrenzt, deren Flächeninhalte 6, 8 bzw. 12 betragen.  
Bestimmen Sie das Volumen des Quaders.

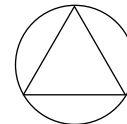


- b) In der abgebildeten Figur ist jede Seite senkrecht zu den benachbarten Seiten und alle Seiten sind gleich lang.  
Der Umfang der Figur ist 56.

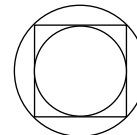


Wie groß ist die umschlossene Fläche?

7. a) Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck mit dem Umfang  $U$ .  
Berechnen Sie die Fläche des Umkreises in Abhängigkeit von  $U$ .



- b) Gegeben ist ein Quadrat mit der Seitenlänge  $a$ .  
Bestimmen Sie die Radien von In- und Umkreis in Abhängigkeit von  $a$ .



8. Gegeben ist ein Würfel mit der Kantenlänge  $2a$ .  
Verbindet man die Mittelpunkte benachbarter Seitenflächen, so erhält man einen Körper, der durch acht gleichseitige Dreiecke begrenzt ist, ein sog. Oktaeder.

Berechnen Sie Kantenlänge, Oberfläche und Volumen des Oktaeders in Abhängigkeit von der Kantenlänge  $2a$  des Würfels.

