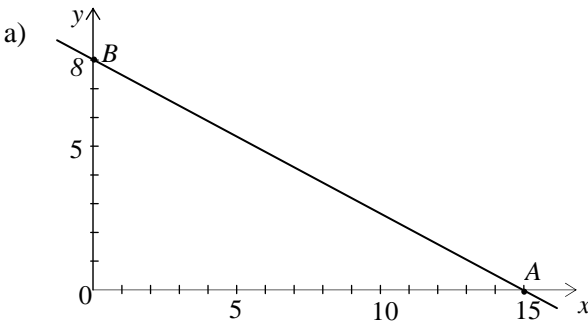




Lösungen zu den Musteraufgaben zum Mathematikwettbewerb 2002 der Jahrgangsstufe 11

1. a)  $8x + 15y = 120 \Leftrightarrow \frac{x}{15} + \frac{y}{8} = 1 \Leftrightarrow y = -\frac{8}{15}x + 8$
 $A(15 | 0); B(0 | 8)$
- b) Fläche: $F = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60$
 Umfang: $AB = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$
 $U = 8 + 15 + 17 = 40$
- c) M ist Mittelpunkt von AB : $M(7,5 | 4)$
- d) Die gesuchten Punkte P_1 und P_2 auf g sind die Schnittpunkte von g mit der 1. und 2. Winkelhalbierenden:
 Aus $8x \pm 15x = 120$ folgt $P_1\left(\frac{120}{23} \mid \frac{120}{23}\right)$, $P_2\left(-\frac{120}{7} \mid \frac{120}{7}\right)$
- e) Für den gesuchten Punkt $P(p_1 | p_2)$ muss gelten:
 $\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot p_2 = \frac{60}{3}$ und $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot p_1 = \frac{60}{3}$, also $P(p_1 | p_2) = \left(5 \mid \frac{8}{3}\right)$

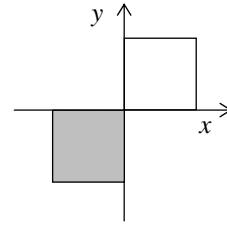
2. a) Fläche: $F = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 50 = 400$
 Die Fläche gibt den Verbrauch an elektrischer Energie an:
 Es müssen $400 \text{ Wh} = 0,4 \text{ kWh}$ bezahlt werden.
- b) $f = \frac{9}{5}c + 32$ bzw. $c = \frac{5}{9} \cdot (f - 32)$
- i) $c = \frac{5}{9} \cdot (82 - 32) = 27\frac{7}{9} = 27,\bar{7}$ ca. 28° C
- ii) $f = \frac{9}{5} \cdot 16 + 32 = 60,8$ ca. 61° F
- iii) Aus $c = \frac{9}{5}c + 32$ folgt $c = -40$, d.h. $-40^\circ \text{ C} = -40^\circ \text{ F}$

3. a) Aus $1,1 \cdot a \cdot x \cdot b = a \cdot b$ folgt $x = \frac{1}{1,1} = 1 - \frac{1}{11} \approx 1 - 0,091$,
 d.h. die zweite Seite wird um ca. 9,1 % verkürzt.
- b) Oberfläche: $O_{alt} = 6 a^2$; $O_{neu} = 6 \cdot (1,5 a)^2 = (1 + 1,25) \cdot 6 a^2$, d.h. Vergrößerung um 125%
 Volumen: $V_{alt} = a^3$; $V_{neu} = (1,5 a)^3 = (1 + 2,375) \cdot a^3$, d.h. Vergrößerung um 237,5%
- c) Aus $4000 \cdot 0,05 + 3500 \cdot 0,04 + 2500 \cdot x = 500$ folgt $x = \frac{8}{125} = 6,4\%$

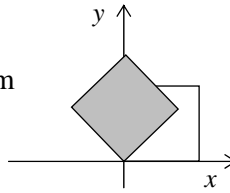
4. a) Aus $\frac{1}{2} \cdot n(n-1) = 28$ folgt $n = 8$
- b) Aus $4k + 2h = 2 \cdot (k+h) + 14$ folgt $k = 7$
- c) „Wörter“ insgesamt: $7! = 5040$
 „Wörter“ beginnend mit R und endend auf E: $5! = 120$



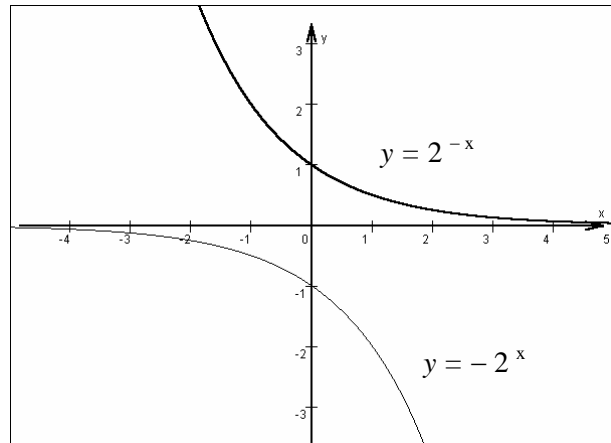
5. a) i) Punktspiegelung bzw. 180° -Drehung um den Koordinatenursprung



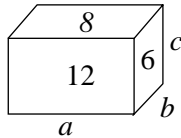
- ii) 45° -Drehung um den Ursprung im Gegenuhrzeigersinn



- b) $(x | y)$ gehört zu G' ,
wenn $(-x | -y)$ zu G gehört,
also muss
 $-y = 2^{-(-x)}$
d.h. $y = -2^x$ gelten.



6. a)



Aus $ac = 12$, $ab = 6$ und $bc = 8$ folgt
 $(abc)^2 = 12 \cdot 6 \cdot 8 = 576 = 24^2$ und somit Volumen $V = abc = 24$

- b) Die Figur enthält $1 + 3 + 5 + 7 + 5 + 3 + 1 = 25$ Quadrate mit Seitenlänge 2,
also ist die Fläche $F = 25 \cdot 2^2 = 100$.

7. a) Umkreisradius: $r = \frac{U}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{9} U$

Umkreisfläche: $F = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{9} U \right)^2 = \frac{\pi}{27} U^2$

- b) Inkreisradius: $\frac{a}{2}$, Umkreisradius: $\frac{1}{2} a \sqrt{2}$

8. Kantenlänge: $s = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$
Oberfläche: $O = 8 \cdot \frac{1}{2} s \cdot \frac{s}{2} \sqrt{3} = 2s^2 \sqrt{3} = 4a^2 \sqrt{3}$
Volumen: $V = 2 \cdot \frac{1}{3} s^2 \cdot a$
 $= 2 \cdot \frac{1}{3} 2a^2 \cdot a = \frac{4}{3} a^3$

