

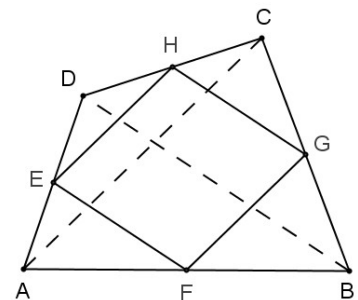
## MW-E Mathematikwettbewerb der Einführungsphase

**Hinweis:** Von jeder Schülerin bzw. jedem Schüler werden fünf Aufgaben gewertet. Werden mehr als fünf Aufgaben bearbeitet, so werden nur die mit den höchsten Punktzahlen berücksichtigt. Der Lösungsweg muss jeweils klar erkennbar sein.

Zugelassene Hilfsmittel sind Taschenrechner, Formelsammlung und Zeichengeräte.

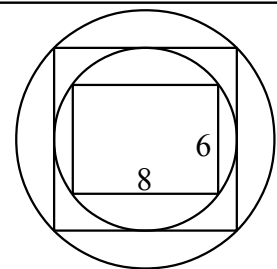
1. Verbindet man in einem beliebigen Viereck  $ABCD$  die Seitenmitten  $E, F, G$  und  $H$ , so erhält man ein Parallelogramm, denn nach den Strahlensätzen sind zum Beispiel die Seiten  $EF$  und  $GH$  parallel zur Diagonalen  $BD$  und halb so lang wie diese.

- a) Welche Eigenschaft hat das Viereck  $ABCD$ , wenn das Mittenviereck  $EFGH$
- (i) vier gleich lange Seiten hat?
  - (ii) ein Rechteck ist?
- b) Gegeben sind die Punkte  $A(12|4)$ ,  $B(6|6)$  und  $C(0|0)$ . Wie muss der Punkt  $D(a|0)$  gewählt werden, damit
- (i) das Viereck  $ABCD$  die Fläche 52 hat?
  - (ii) das Mittenviereck von  $ABCD$  ein Rechteck ist?

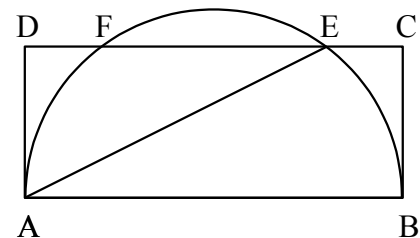


2. a) Welchen Rest erhält man, wenn  $2^{2012}$  durch 9 geteilt wird?
- b) Finden Sie drei Primzahlen, die Teiler von  $5^{16} - 2^{16}$  sind.

3. a) Der Umkreis eines Rechtecks mit den Seitenlängen 6 und 8 ist der Inkreis eines Quadrates. Bestimmen Sie die Seitenlängen des Quadrates sowie die Radien seines In- und Umkreises.

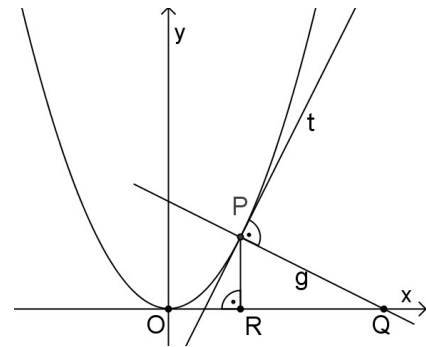


- b) Gegeben ist ein Rechteck  $ABCD$  mit  $AB=10$ . Der Halbkreis über  $AB$  schneidet  $CD$  in  $E$  und  $F$  mit  $AE=8$ . Berechnen Sie die Fläche von  $ABCD$ .



4. Gegeben seien die Parabel  $y=x^2$ , ein Parabelpunkt  $P(p|p^2)$ ,  $p>0$ , und die Tangente  $t$  in  $P$  (Steigung  $2p$ ).

- a) Berechnen Sie die Gleichung der Geraden  $g$  durch  $P$ , die senkrecht auf  $t$  steht (in Abhängigkeit von  $p$ ).
- b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $Q$  von  $g$  mit der  $x$ -Achse.



- c) Sei  $R(p|0)$ . Wie muss  $P$  gewählt werden, damit  $\frac{OQ}{PR}$  minimal wird?

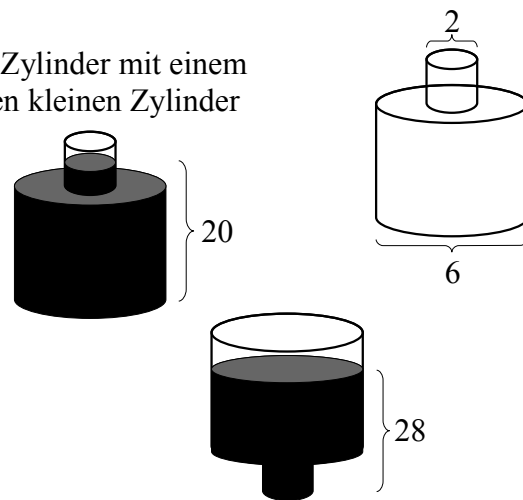
5. Eine Wasserflasche besteht aus einem großen Zylinder mit einem Durchmesser von  $6\text{ cm}$  und einem aufgesetzten kleinen Zylinder mit  $2\text{ cm}$  Durchmesser.

Die Flasche ist teilweise mit Wasser gefüllt.

Wenn die Flasche auf dem großen Zylinder steht, steht das Wasser  $20\text{ cm}$  hoch.

Umgedreht steht das Wasser  $28\text{ cm}$  hoch.

Wie hoch ist die Flasche?



6. Die zwei Schüler Jakob und Simon haben die quadratische Gleichung  $x^2+bx+c=0$ , die an der Tafel stand, teilweise falsch abgeschrieben:  
 Simon hat  $b$  richtig abgeschrieben aber bei  $c$  einen Fehler gemacht. Seine Gleichung hat die Lösungen  $4$  und  $5$ .  
 Bei Jakob ist  $c$  richtig, aber  $b$  falsch. Seine Gleichung hat die Lösungen  $2$  und  $4$ .

Welche Lösungen hat die richtige Gleichung?

7. a) Wie viele Zahlen von  $1, 2, \dots, 199$  sind weder durch  $5$  noch durch  $7$  teilbar?
- b) Wie viele Zahlen von  $100, \dots, 199$  haben genau zwei gleiche Ziffern?

8. Familie Katzenmeier macht Urlaub in Florida und mietet sich dort ein größeres Auto, dessen Benzinverbrauch mit  $16 \text{ mpg}$  („Meilen pro Gallone“) angegeben wird, d. h. mit einer Gallone ( $3,8 \text{ l}$ ) fährt der Mietwagen 16 Meilen ( $1 \text{ Meile} = 1,6 \text{ km}$ ).
- Wie viel Liter Benzin braucht das Auto auf 100 km?
  - Wenn 1 Gallone Benzin 2,50 \$ kostet, wie viel Euro kostet dann ein Liter Benzin (Wechselkurs  $1\text{€} = 1,4\text{\$}$ )?
  - Bei einem Ausflug in eine 120 Meilen entfernte Stadt, war die Durchschnittsgeschwindigkeit bei der Hinfahrt  $30 \text{ mph}$ , bei der Rückfahrt  $60 \text{ mph}$  („Meilen pro Stunde“). Wie groß war die Durchschnittsgeschwindigkeit auf der gesamten Fahrt und zwar in  $\text{mph}$  und in Stundenkilometern?
  - Nach der Rückkehr von dem Ausflug beglückwünschen sich die Familienmitglieder zu der erfolgreichen Rundfahrt und zwar schüttelt jeder jedem anderen Mitglied die Hand. Es gab 28 Händeschütteln. Wie groß ist die Familie?
-