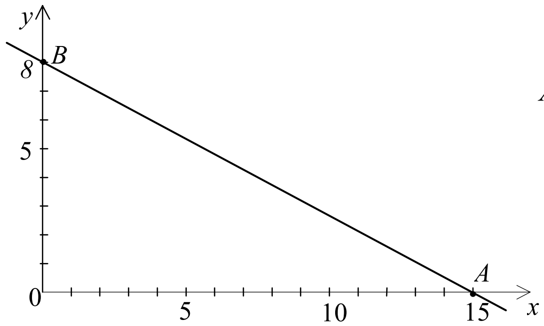
Lösungen zu den Musteraufgaben zum Mathematikwettbewerb 2002 der Jahrgangsstufe 11

1. a)



$$8x+15y=120 \Leftrightarrow \frac{x}{15}+\frac{y}{8}=1 \Leftrightarrow y=-\frac{8}{15}x+8$$

$A(15\mid 0)$; $B(0\mid 8)$

b) Fläche: $F=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 15=60$

Umfang: $AB=\sqrt{15^2+8^2}=17$

$U=8+15+17=40$

c) M ist Mittelpunkt von AB: $M\,(7{,}5\mid 4)$

d) Die gesuchten Punkte P_1 und P_2 auf g sind die Schnittpunkte von g mit der 1. und 2. Winkelhalbierenden:

Aus $8x\pm 15x=120$ folgt $\quad P_1\left(\frac{120}{23}\middle|\frac{120}{23}\right)$, $\quad P_2\left(-\frac{120}{7}\middle|\frac{120}{7}\right)$

e) Für den gesuchten Punkt $P(p_1\mid p_2)$ muss gelten:

$\frac{1}{2}\cdot 15\cdot p_2=\frac{60}{3}$ und $\frac{1}{2}\cdot 8\cdot p_1=\frac{60}{3}$, also $P(p_1\mid p_2)=\left(5\middle|\frac{8}{3}\right)$

---

2. a) Fläche: $F = 3\cdot 100 + 2\cdot 50 = 400$
Die Fläche gibt den Verbrauch an elektrischer Energie an:
Es müssen 400 Wh = 0,4 kWh bezahlt werden.

b) $f=\frac{9}{5}c+32$ bzw. $c=\frac{5}{9}\cdot(f-32)$

i) $c=\frac{5}{9}\cdot(82-32)=27\frac{7}{9}=27{,}\overline{7}$ ca. 28° C

ii) $f=\frac{9}{5}\cdot 16+32=60{,}8$ ca. 61° F

iii) Aus $c=\frac{9}{5}c+32$ folgt $c=-40$, d.h. $-40°\mathrm{C} \mathrel{\widehat{=}} -40°\mathrm{F}$

---

3. a) Aus $1{,}1\cdot a\cdot x\cdot b=a\cdot b$ folgt $x=\frac{1}{1{,}1}=1-\frac{1}{11}\approx 1-0{,}091$,

d.h. die zweite Seite wird um ca. 9,1 % verkürzt.

b) Oberfläche: $O_{alt}=6\,a^2$; $O_{neu}=6\cdot(1{,}5\,a)^2=(1+1{,}25)\cdot 6\,a^2$, d.h. Vergrößerung um 125%

Volumen: $V_{alt}=a^3$; $V_{neu}=(1{,}5\,a)^3=(1+2{,}375)\cdot a^3$, d.h. Vergrößerung um 237,5%

c) Aus $4000\cdot 0{,}05+3500\cdot 0{,}04+2500\cdot x=500$ folgt $x=\frac{8}{125}=6{,}4\%$

---

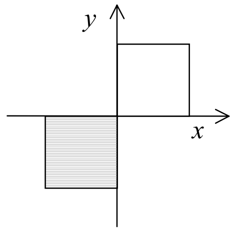
4. a) Aus $\frac{1}{2}\cdot n\,(n-1)=28$ folgt $n=8$

b) Aus $4\,k+2\,h=2\cdot(k+h)+14$ folgt $k=7$

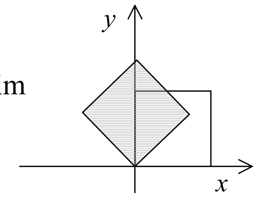
c) „Wörter“ insgesamt: 7! = 5040
„Wörter“ beginnend mit R und endend auf E: 5! = 120

---

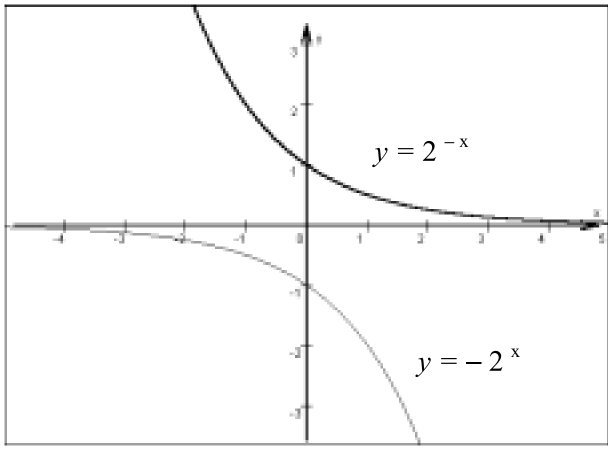
5. a) i) Punktspiegelung bzw. 180°-Drehung um den Koordinatenursprung

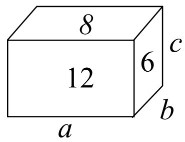


ii) 45°-Drehung um den Ursprung im Gegenuhrzeigersinn



b) $(x \mid y)$ gehört zu G',
wenn $(-x \mid -y)$ zu G gehört,
also muss
$-y = 2^{-(-x)}$
d.h. $y = -2^{x}$ gelten.



6. a) 

Aus $ac = 12$, $ab = 6$ und $bc = 8$ folgt
$(abc)^2 = 12 \cdot 6 \cdot 8 = 576 = 24^2$ und somit Volumen $V = abc = 24$

b) Die Figur enthält $1 + 3 + 5 + 7 + 5 + 3 + 1 = 25$ Quadrate mit Seitenlänge 2,
also ist die Fläche $F = 25 \cdot 2^2 = 100$.

7. a) Umkreisradius: $r = \frac{U}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{9} U$

Umkreisfläche: $F = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{9} U \right)^2 = \frac{\pi}{27} U^2$

b) Inkreisradius: $\frac{a}{2}$, Umkreisradius: $\frac{1}{2} a\sqrt{2}$

8. Kantenlänge: $s = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

Oberfläche: $O = 8 \cdot \frac{1}{2} s \cdot \frac{s}{2} \sqrt{3} = 2s^2 \sqrt{3} = 4a^2 \sqrt{3}$

Volumen: $V = 2 \cdot \frac{1}{3} s^2 \cdot a$

$= 2 \cdot \frac{1}{3} 2a^2 \cdot a = \frac{4}{3} a^3$