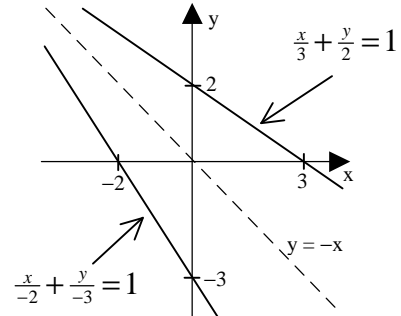




Lösungen zu den Musteraufgaben zum Mathematikwettbewerb 2003 der Jahrgangsstufe 11

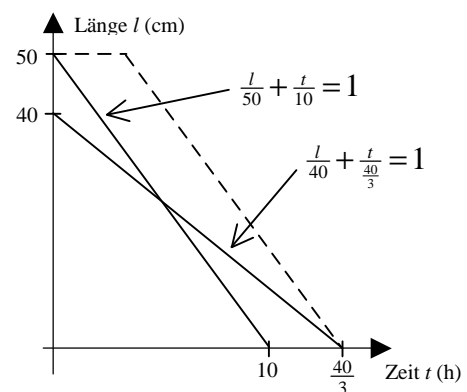
1. a) Aus $a \cdot a + 3 \cdot (-3) = 7$ folgt $a = 4$.
- b) Die gespiegelte Gerade hat die Achsenabschnittsgleichung $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-3} = 1$, also $y = -\frac{3}{2}x - 3$, d.h. $m = -\frac{3}{2}$ und $b = -3$.
- c) Aus $\frac{3-m}{m-1} = m$ folgt $m = \sqrt{3}$.



2. a) $(\sqrt[6]{27} - \sqrt{6 + \frac{3}{4}})^2 = \left((3^3)^{\frac{1}{6}} - \left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \right)^2 = \left(\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3}{4}$
- b) $(2 * 0) * (0 * 1) = (2^2 + 3^0) * (0^2 + 3^1) = 5 * 3 = 5^2 + 3^3 = 25 + 27 = 52$
- c) Aus $\log_7(\log_3(\log_2(x))) = 0$ folgt $\log_3(\log_2(x)) = 7^0 = 1$ und somit $\log_2(x) = 3^1 = 3$, also $x = 2^3 = 8$.
- d) $90 \cdot \frac{19}{100} - 19 \cdot \frac{90}{100} = 0$.

3. a) Es gilt $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$, also steht an der 100. Stelle die 10. ungerade Zahl, d.h. 19.
- b) $\binom{4}{2} \cdot 2 = 12$
- c) $5 \cdot 3 + 1 = 16$

4. a) (i) Aus $\frac{l}{50} + \frac{t}{10} = 1$ und $\frac{l}{40} + \frac{t}{\frac{40}{3}} = 1$ folgt $t = 5h$.
- (ii) $\frac{40}{3} - 10 = \frac{10}{3}$, d.h. 3 h 20 min später.
- b) Aus $(1 - 0,03)^n \leq 0,01$ folgt $n \geq \frac{\log 0,01}{\log 0,97} \approx 151,19$; also muss man 152 mal pumpen.
- c) Es sei x die Punktzahl im zweiten Test.
Aus $84 = \frac{1}{3} \cdot (90 + x + x + 4)$ folgt $x = 79$.



5. a) Aus $x \cdot \left(1 + \frac{y}{100}\right) = 12$ und $x \cdot \left(1 - \frac{y}{100}\right) = 8$ folgt $x = 10$ und $y = 20$.
- b) (i) 16%, denn $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$.
- (ii) Man braucht 5 Filter:

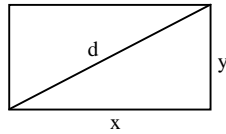
n	1	2	3	4	5
$0,4^n$	0,4	0,16	0,064	0,025	$0,01024 \approx 1\%$

- c) 1% von 1000 g sind 10 g Trockenmasse, nach der Austrocknung sind dies 2%, also wiegen die Erdbeeren nun 500 g.



6.

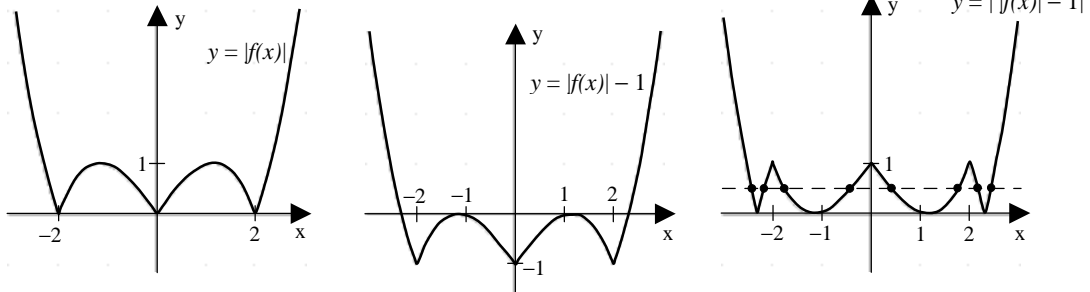
a)

Es gilt $2x + 2y = 20$,also $d^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2 = 2(x - 5)^2 + 50$.Somit ist d minimal für $x = 5$,

d.h. das Rechteck muss ein Quadrat sein.

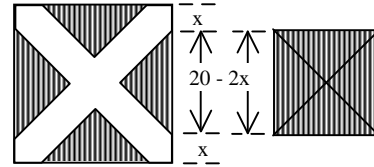
b) Aus $y = -x^2 + bx - 8 = \frac{b^2}{4} - 8 - (x - \frac{b}{2})^2$ folgt $\frac{b^2}{4} - 8 = 0$, d.h. $b = \pm 4\sqrt{2}$.

c)

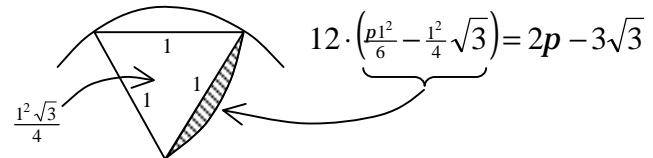


Es gibt 8 Lösungen.

7.

a) $2c^2 = a^2 + b^2$ b) Aus $(20 - 2x)^2 = \frac{1}{2} 20^2$ folgt $x = 10 - \frac{10}{\sqrt{2}}$.Streifenbreite $x\sqrt{2} = 10(\sqrt{2} - 1)$.

c) Berechnung eines halben Rosettenblattes als Differenz zwischen einem Sechstelkreis und einem gleichseitigen Dreieck:



8.

a) (i) Eine schwarze Fläche haben $6(n - 2)^2$ Würfel.Keine schwarze Fläche haben $(n - 2)^3$ Würfel.(ii) Aus $6(n - 2)^2 = (n - 2)^3$ folgt (wegen $n > 2$) $6 = n - 2$, also $n = 8$.b) (i) Es gibt $2 \cdot 5$ zusammengeklebte Flächen, also ist die Oberfläche

$$6 \cdot 6 \cdot 1^2 - 2 \cdot 5 \cdot 1^2 = 26.$$

(ii) Für den Abstand gilt $\sqrt{3^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{22}$.